

1. Soit $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a. Démontrer qu'il existe deux réels α et β tels que :

$$A^2 = \alpha A + \beta I_3.$$

b. En déduire que la matrice A est inversible et exprimer A^{-1} en fonction de A et I_3 .

c. Déterminer la matrice A^{-1} .

2. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a. Calculer $(A - I_3)^3$.

b. En déduire que A est inversible et préciser A^{-1} .